

GPUへのコンパクト差分の実装と圧縮性流体計算への適用

Implementation of Compact Finite Difference Method on a GPU and Its Application to Compressible Flow Simulation

出川 智啓¹⁾

Tomohiro Degawa

1) 沼津工業高等専門学校 電子制御工学科 (〒410-8501 静岡県沼津市大岡3600)

Key Words : Compact finite difference method, Cyclic reduction, LU decomposition, Compressible flow

1. 緒言

圧縮性非定常流れの高精度計算において、空間差分スキームの一つであるコンパクト差分[1]が有効に適用されている。コンパクト差分は一般的な陽的差分と比較して、同一ステンシル幅で高い打切精度を達成でき、空間解像度が高い。しかし、行列式を解く必要がある陰的スキームのため、格子点あたりの計算負荷は陽的差分よりも高い。本発表では、コンパクト差分をGPUへ実装し、圧縮性流体の2次元数値計算へ適用した結果を報告する。

2. GPUへのコンパクト差分の実装と圧縮性流体計算への適用

Top-hat型の初期速度を持つ超音速平面噴流の2次元数値計算をGPUで実行した。質量、運動量およびエネルギー保存式を支配方程式とし、 60×40 の領域を $2^{10} \times 2^{10}$ の矩形格子に分割した。空間微分項の計算には、Lax-Friedrich流束分割を施した移流項に5次精度散逸コンパクト差分[2]、移流項以外の項に6次精度コンパクト差分[1]を適用した。

CUDA Fortranを用いて計算コードをNVIDIA社製GPU上に実装した。多次元コンパクト差分では、単一の行列式の求解における並列性と、複数の行列式を同時に求解できるという並列性が存在する。x方向コンパクト差分に対する行列解法にはCyclic Reduction法の変種[3]を採用し、単一の行列式の求解における並列性を利用した。y方向ではLU分解を選択し、複数の行列式を同時に求解することで並列性を確保した。計算に用いたGPUはNVIDIA Tesla C1060およびGeForce GTX 580、CUDAのバージョンは3.2である。GPUとの比較のため、同様の計算を行うコードをIntel Fortranにより開発し、Core i7 970を搭載したパーソナルコンピュータ上で実行した。行列解法にはx, y両方向に対してLU分解を用い、OpenMPによって並列化した。なお、計算は全て倍精度で行っている。

図1および2は、1計算ステップあたりの各処理の実行時間および実行性能である。x方向コンパクト差分、粘性散逸と熱流束の計算、時間積分と物理量の更新がGPUによって大きく加速されている。x方向差分に用いた解法は並

列性や計算密度が高いこと、粘性散逸と熱流束の計算および時間積分と物理量の更新は1点完結であることが高速化の要因である。

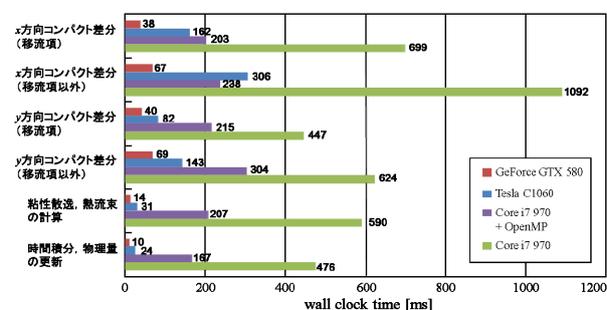


図1 1計算ステップにおける各処理の実行時間

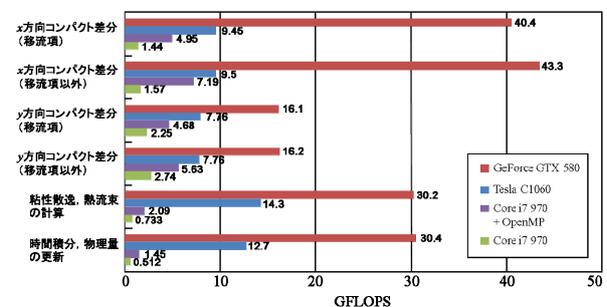


図2 1計算ステップにおける各処理の実行性能

3. 結言

コンパクト差分をGPUへ実装し、圧縮性流体計算に適用した。OpenMPによって並列化されたCPUコードと比較して、GPUでは計算時間を基準として1.8倍 (C1060) および5.6倍 (GTX 580) の高速化が達成された。今後は、コンパクト差分の行列解法として反復法を検討し、さらなる高速化や複数GPU化による大規模計算を目指す。

参考文献

[1] Lele, S.K.: *J. Comput. Phys.*, Vol.103, pp.16-42, 1992.
 [2] Deng, X., et al.: *AIAA paper* 96-1972, 1996.
 [3] Zhang, Y. et al.: *Proc. 15th ACM SIGPLAN Sympo. PPOPP 2010*, pp. 127-136, 2010.